С. А. Модина

Казань, modinasvetlana@rambler.ru

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ, ПОРОЖДЕННЫЕ ГРУППОЙ С ДВУМЯ ПРЕДЕЛЬНЫМИ ТОЧКАМИ

Исследуется трехэлементное функциональное уравнение

$$(Vf)(z) \equiv \sum_{j=1}^{3} f[\sigma_j(z)] = g(z), \quad z \in D, \tag{1}$$

при следующих предположениях:

1) D — область с положительно ориентированной кусочно-гладкой границей Γ, состоящей из совокупности двух отрезков $l_1 = [-\lambda, -1] \cup [1, \lambda]$ и двух полуокружностей $l_2 : |z| = 1$ и $l_3 : |z| = \lambda$, $\operatorname{Im} z > 0$, $\lambda > 1$;

2) преобразования $\sigma_1(z) = -z$, $\sigma_2(z) = \lambda z$, $\sigma_3 = \sigma_2^{-1}$ являются порождающими преобразованиями собственно разрывной группы G дробно-линейных преобразований с фундаментальным множеством $H = \overline{D} \setminus (l_3 \cup [1, \lambda))$. У группы G две предельные точки $z_1 = 0$ и $z_2 = \infty$.

Решение $f(z)$ ищется в классе функций B, голоморфных вне D и исчезающих на бесконечности, причем граничное значение $f^-(t)$ на каждой открытой гладкой компоненте границы Γ удовлетворяет условию Гельдера. В угловых точках (вершинах) допускаются, самое большее, логарифмические особенности. Свободный член $g(z)$ голоморфен в области D, и его граничное значение $g^+(t)$ удовлетворяет условию Гельдера на Γ.

Для исследования уравнения (1) применяется метод равносильной регуляризации, основанный на представлении решения в виде интеграла типа Коши

$$f(z) = \frac{1}{2\pi i} \int\limits_{\Gamma} \varphi(\tau)(\tau - z)^{-1} d\tau, \quad z \overline{\in} \overline{D},$$

с неизвестной плотностью.

Доказано, что задача (1) разрешима при выполнении одного условия.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гарифьянов Ф. Н. *Функциональные уравнения, связанные с автоморфными формами.* – Казань: Изд-во КГЭУ. – 2003. – 124 с.

2. Зверович Э. И. *Двухэлементные краевые задачи и метод локально-конформного склеивания* // Сиб. матем. журн. – 1973. – Т. 14. – С. 64–85.

3. Аксентьева Е. П., Гарифьянов Ф. Н. *К исследованию интегрального уравнения с ядром Карлемана* // Изв. вузов. Матем. – 1983. – № 4. – С. 43–51.

4. Гарифьянов Ф. Н. *О регуляризации одного класса разностных уравнений* // Сиб. матем. журн. – 2001. – Т. 42. – № 5. – С. 1012–1017.

В. В. Напалков

Уфа, aliya-0887@mail.ru

ОБ ОБОБЩЕНИИ ОДНОЙ ТЕОРЕМЫ ФИШЕРА

Обозначим через M множество всех однородных многочленов от переменных $z_1, z_2, \dots, z_n$.

В 1917 году Фишером был доказан следующий результат.

Пусть $P(z) \in M$. Через $P^*(z)$ обозначим многочлен, сопряженный с $P(z)$, то есть $P^*(z) = \overline{P(\overline{z})}$. Тогда справедливо